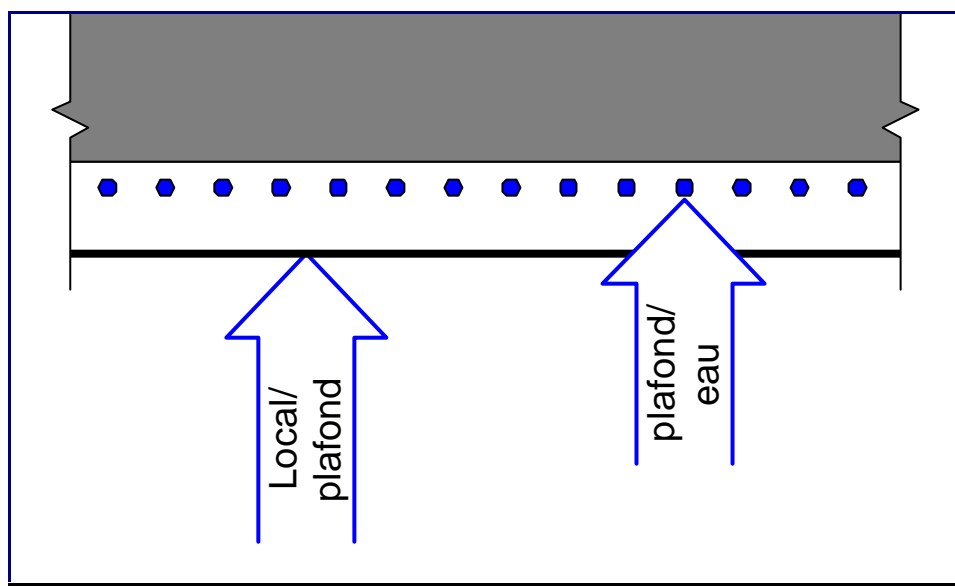


**SOMMAIRE**

1.Généralités	1
2.Transferts radiatifs	2
3.Transferts convectifs	7
4.Transferts conductifs	9
5.Transferts globaux local-eau	11
6.Détermination des performances thermiques	13

**1 Généralités**

Transmission de la chaleur dans un plafond enduit KaRo

Les échanges thermiques peuvent s'effectuer selon trois modes :

- par rayonnement entre deux surfaces en regard,
- par convection entre l'air et la surface d'un corps (corps humain, paroi),
- par conduction entre deux corps en contact ou à l'intérieur d'un corps.

En plafond froid, les échanges thermiques vers le bas s'effectuent essentiellement par convection et rayonnement, alors que, pour les pertes vers le haut, ce sont les échanges conductifs qui prédominent.

## 2 Transferts radiatifs

### Principe du refroidissement

La loi de Stefan Boltzmann exprime comme suit la puissance énergétique P rayonnée par un corps noir en fonction de sa température T:

$$P = 5,67 \cdot \left( \frac{T + 273}{100} \right)^4 \quad \text{éq.1}$$

Considérons à présent deux surfaces S1 et S2 échangeant de la chaleur par rayonnement, par exemple un plafond froid et les autres parois d'un local: Il est bien connu que la surface S1, dans le cas présent le plafond froid, portée à une température différente de son environnement immédiat S2 échange avec celui-ci de la chaleur par effet de rayonnement: en fait, chaque surface, S1 ou S2, émet vers l'autre surface une quantité de chaleur d'autant plus importante que sa température est plus élevée: la surface S2, plus chaude, émet plus de chaleur qu'elle n'en reçoit et a donc tendance à se refroidir. En bilan global, on dit qu'elle émet un rayonnement positif. Inversement, la surface la plus froide émet moins de chaleur qu'elle n'en reçoit, ce que l'on traduit parfois en disant qu'elle émet un rayonnement froid.

L'expression exacte permettant de déterminer la puissance frigorifique échangée par rayonnement se déduit de la loi de Stefan:

$$P = 5,67 \cdot 10^{-8} \cdot F \cdot [(T_1 + 273)^4 - (T_2 + 273)^4] \quad \text{éq 2}$$

où:

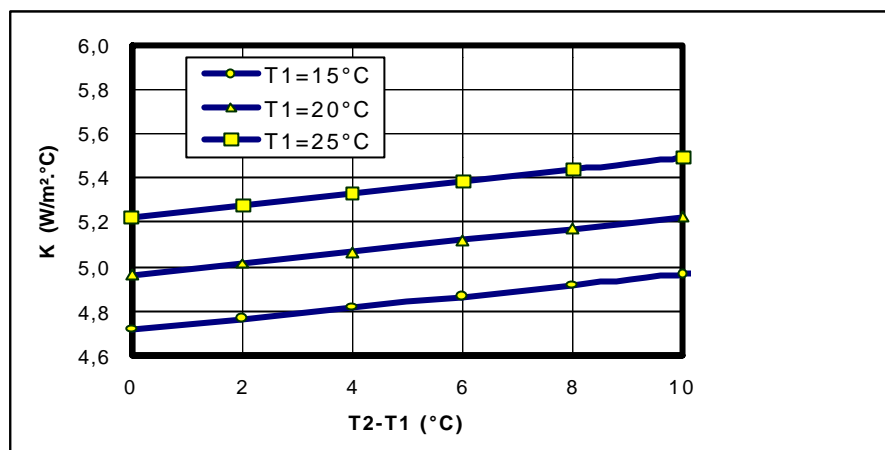
F	-	Facteur combiné de forme et d'émissivité,
T <sub>1</sub>	°C	Température de la sous-face du plafond,
T <sub>2</sub>	°C	Température moyenne des parois internes du local,
P	W/m <sup>2</sup>	Puissance échangée par rayonnement.

### Valeurs du facteur F

La valeur de F dépend de la géométrie du local (facteur de forme), de l'émissivité thermique  $\epsilon$  du revêtement de surface du plafond, mais aussi des autres matériaux présents dans le local. Dans le cas général, les panneaux sont sur un même plan (plafond) et le facteur de forme est égal à 1. Les émissivités thermiques sont comprises entre 0,9 et 0,95, ce qui conduit (cf. éq 4) à un facteur F théorique compris entre environ 0,81 et 0,90: on retient généralement la valeur préconisée par l'ASHRAE: F = 0,87, ce qui permet d'écrire l'équation sous la forme suivante:

$$P = K \cdot (T_2 - T_1) \quad \text{éq 3}$$

où K est le coefficient d'échange radiatif lu sur la figure 1:



**Fig 1:** Variation du coefficient d'échange radiatif en fonction de la température du local, T1 et de la température du plafond T2

La valeur du coefficient K varie donc entre 4,7 et 5,5 W/m².°C. En général, on néglige ces variations pour retenir une valeur constante, par exemple:

$$K = 5 \text{ W/m}^2 \cdot ^\circ\text{C}$$

Il peut être utile, dans certaines circonstances, par exemple pour l'évaluation des conditions de confort, de mener un calcul précis du facteur F: le calcul qui fait intervenir les coefficients d'émissivité des parois ainsi que le facteur de forme entre le plafond et la surface réceptrice (par ex. les occupants) est développé dans deux cas :

#### Détermination de F en tenant compte de l'émissivité des matériaux

L'équation 4 (équation de Hottel), peut être utilisée pour une détermination plus précise du facteur F lorsque les panneaux froids ne couvrent pas la totalité de la surface ou lorsque les émissivités présentent des valeurs inhabituelles

$$F = \frac{1}{\frac{1}{e_1} + \left(\frac{1}{e_2} - 1\right) \cdot \frac{A_1}{A_2}} \quad \text{éq 4}$$

où

$A_1$

Surface de plafond froid

$A_2$

Surface en regard des autres parois supposées à une température uniforme

$e_1$ ,

Coefficient d'émissivité de la sous-face du plafond,

$e_2$

Coefficient d'émissivité de la surface réceptrice

**Exemple:** Cas d'un local de surface au sol  $A_2 = 20 \text{ m}^2$ ; le plafond froid occupe la moitié de cette surface, soit  $A_1 = 10 \text{ m}^2$ ; les émissivités de chaque surface sont égales à 0,95; on en déduit  $F = 0,93$  alors que le même calcul mené en considérant des surfaces égales aurait conduit à des transferts un peu moins importants:  $F = 0,90$ .

#### Valeurs usuelles des coefficients $\epsilon$ <sup>1</sup>

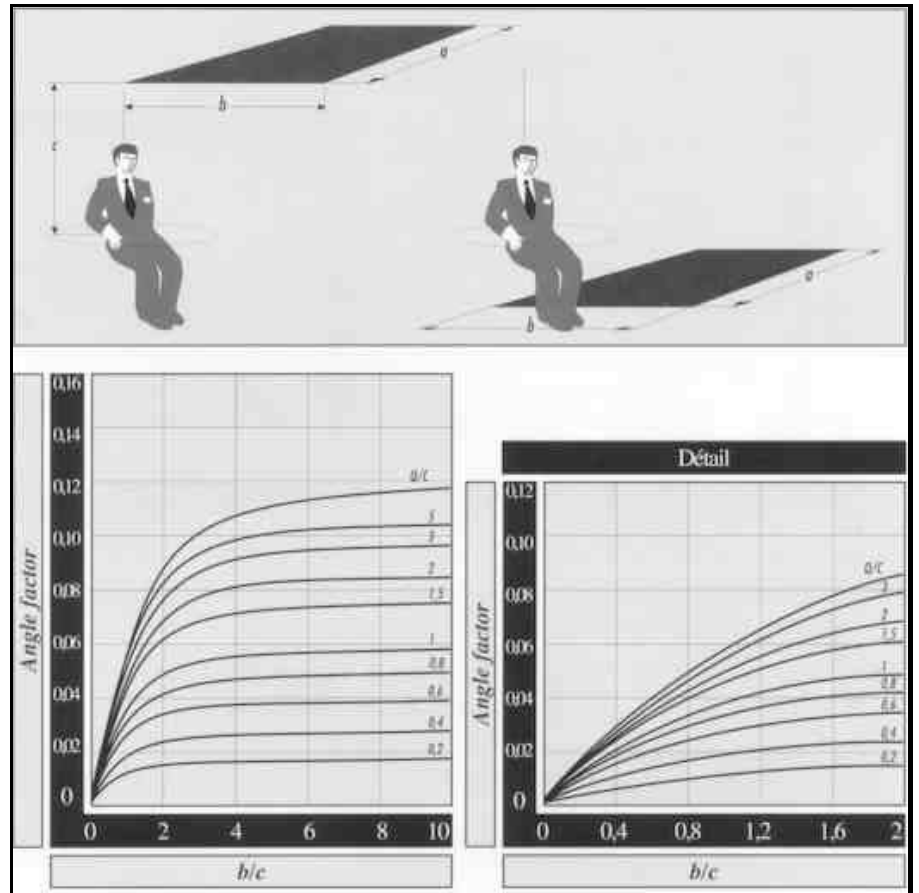
surfaces noires non métalliques	0,90 à 0,98
brique, ciment, acier, peintures, plâtre,	0,85 à 0,95
verre ordinaire	0,93
peintures usuelles, y compris blanc	0,90 à 0,98
aluminium brut	0,07 à 0,09
acier galvanisé	0,23 à 0,28
béton	0,94
papier	0,93
plâtre	0,91
bois	0,90

#### Détermination du facteur de forme en vue de l'appréciation des conditions de confort:

Le facteur de forme est ici utile pour établir le bilan thermique global du sujet: sa valeur dépend de la position de l'ensemble des surfaces réceptrices du corps: si le sujet est debout, les surfaces réceptrices sont essentiellement verticales et le facteur de forme du sujet avec les parois verticales est élevé. Inversement, si le sujet est assis, le facteur de forme avec les parois horizontales est plus élevé que dans le premier cas. Les expressions permettant de calculer ces facteurs ont été déterminées par FANGER en 1970: c'est ainsi que les Figure 2 et Figure 3 donnent le facteur de forme entre un sujet assis et un élément de paroi vertical ou horizontal en fonction des dimensions a et b de l'élément de paroi et de la distance c séparant le sujet de cet élément de paroi.

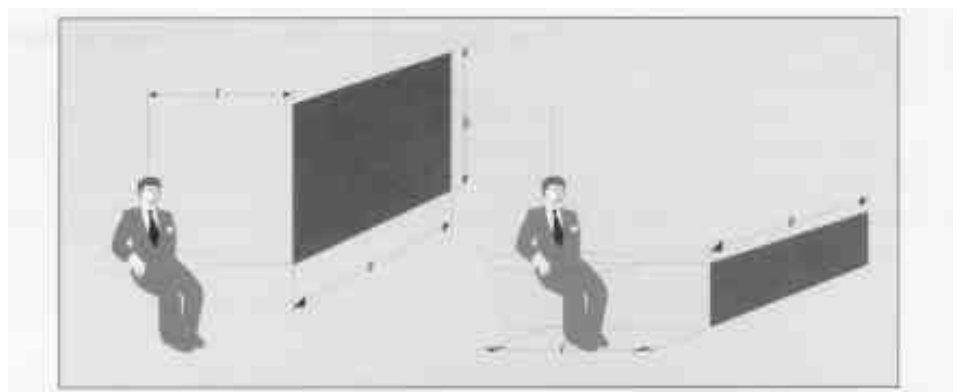
---

<sup>1</sup>selon ASHRAE Handbook, Ch3, Recknagel, et Mac Adams



**Figure 2:** Valeur du facteur de forme entre un sujet assis et un élément de plafond ou de plancher de dimensions a.b lorsque le sujet est situé au droit d'un coin de cet élément à une distance c du plafond ou du plancher.

Exemple: sujet situé dans un coin d'une pièce rectangulaire de dimensions  $a = 4$  m x  $b = 5$  m ; distance entre le sujet et le plafond:  $c = 2,50$  m:  $a/c = 1,6$ ;  $b/c = 2$ ; on lit:  $F = 0,062$



**Figure 3:** Valeur du facteur de forme entre un sujet assis et un élément de paroi verticale de dimensions  $a.b$  lorsque le sujet est situé au droit d'un coin de cet élément à une distance  $c$  de la paroi.

Exemple: sujet assis à une hauteur moyenne de 0,6 m. dans un coin d'une pièce rectangulaire de dimensions  $c = 4\text{m} \times a = 5\text{ m}$  et de hauteur 3 m; distance entre le sujet et la paroi  $c = 4\text{ m}$ :

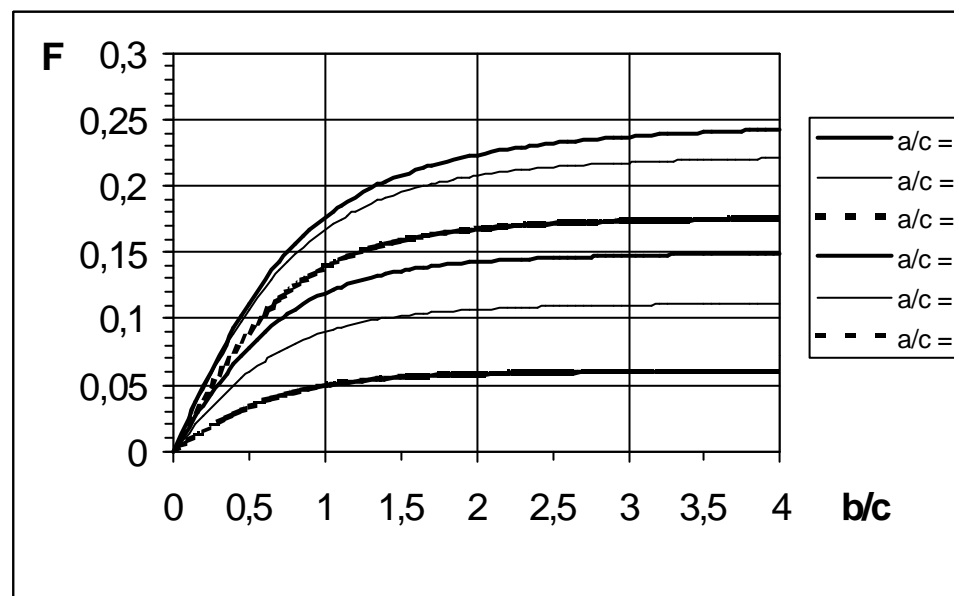
partie de la paroi située au dessus de 0,6 m:  $a/c = 1,25$ ;  $b/c = 0,6$ ; on lit:  $F = 0,036$ ;

partie de la paroi située à une hauteur inférieure à 0,6 m:  $a/c = 1,25$ ;  $b/c = 0,15$ ; on lit:  $F = 0,08$

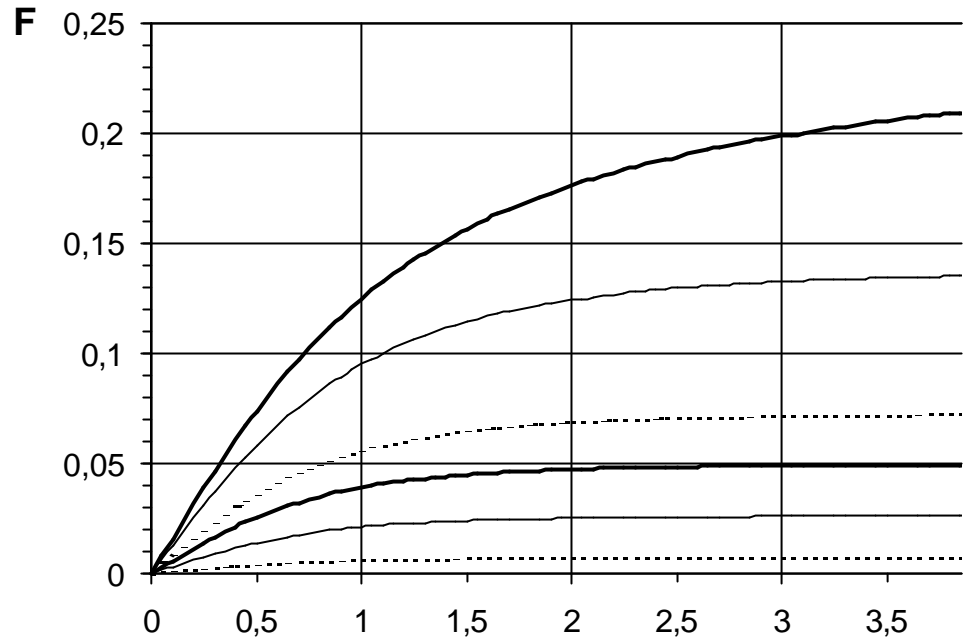
Facteur de forme total:  $F = 0,042$

### Détermination du facteur de forme dans le cas d'une surface réceptrice plane:

Ce facteur de forme, utilisé pour calculer les températures d'équilibre des différentes parois, se lit sur les Figure 4 ou Figure 5, selon que les parois considérées sont parallèles ou au contraire perpendiculaires:



**Figure 4:** valeur du facteur de forme entre une surface horizontale plane infiniment petite et un élément de plafond de dimensions  $a.b$  lorsque la surface plane est située au droit d'un coin de cet élément à une distance  $c$  du plafond.



**Figure 5:** valeur du facteur de forme entre une surface horizontale plane infiniment petite et un élément de paroi verticale de hauteur a et de largeur b lorsque la surface plane est située au droit d'un coin de cet élément et à une distance c de la paroi.

### 3 Transferts convectifs

#### Transferts convectifs côté air

L'ASHRAE /1/ donne les expressions suivantes pour le calcul de la puissance convective en fonction de la température d'air  $T_a$  et de la température  $T_p$  de la sous-face du plafond.

en mode chauffage:

$$P = 0,14 \cdot (T_p - T_a)^{1,25}$$

éq 5

en mode froid

$$P = 2,2 \cdot (T_a - T_p)^{1,31}$$

éq 6

L'air froid étant plus lourd que l'air chaud, on observe que les transferts convectifs sont bien plus importants en mode froid qu'en mode chauffage. D'autre part, il est important de noter que les expressions ci-dessus sont données pour de l'air calme.

Dans les installations réelles, il y a augmentation sensible des échanges convectifs si l'air de ventilation est soufflé à proximité des panneaux rayonnants.

L'augmentation des performances est très variable selon les conditions de température et vitesse d'air au soufflage et peut difficilement être prévue à l'avance: des mesures menées selon la norme DIN par le laboratoire d'essai de l'Université Technique de Stuttgart sur des plafonds KaRo /2/, ont montré que le jet d'air au plafond (débit d'air 10 m<sup>3</sup>/h.m<sup>2</sup>) augmentait la puissance frigorifique du plafond KaRo d'environ 13%.

On retiendra donc que l'augmentation des performances peut couramment atteindre 10 à 20% en mode froid, et davantage en mode chaud.

### Transferts convectifs entre le fluide caloporteur et les nattes capillaires

L'expression donnant le coefficient de transfert convectif interne dépend du régime d'écoulement de l'eau: turbulent ou laminaire (cf. ci-dessus). En régime turbulent, on utilise la loi de Colburn donnée ci-dessous dans le cas d'eau à 15°C.

$$h_i = 1540 \cdot \frac{V^{0,8}}{D^{0,2}}$$

éq 7

expression dans laquelle:

V	m/s	Vitesse débitante de l'eau dans le conduit,
D	mm	Diamètre intérieur du conduit,
h <sub>i</sub>	W/m <sup>2</sup> .°C	Coefficient de transfert convectif interne

### Emission totale d'un plafond froid

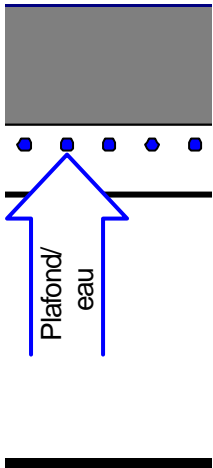
L'émission frigorifique totale d'un plafond froid est le cumul des transferts radiatifs et convectifs (équations 2 et 6); si l'on tient compte de l'augmentation des transferts convectifs dus aux mouvements d'air, et si l'on admet l'égalité des températures d'air et de parois, cela conduit à l'expression suivante:

$$P = 8,92 \cdot (T_a - T_l)^{1,1}$$

éq 8

Cette expression, valable pour des conditions moyennes de vitesses d'air, est l'expression pratique à utiliser pour évaluer l'émission d'un plafond lorsqu'on connaît sa température de surface  $T_p$  ainsi que la température,  $T_a$ , représentative de la température du local.

#### 4 Transferts conductifs



Le transport de chaleur de la surface du plafond jusqu'à l'eau se fait par conduction thermique. La force motrice est ici la différence de température entre la température  $T_p$  du plafond et celle de l'eau,  $T_m$ .

$$P = (T_p - T_m) / R_i \quad \text{éq. 9}$$

où:

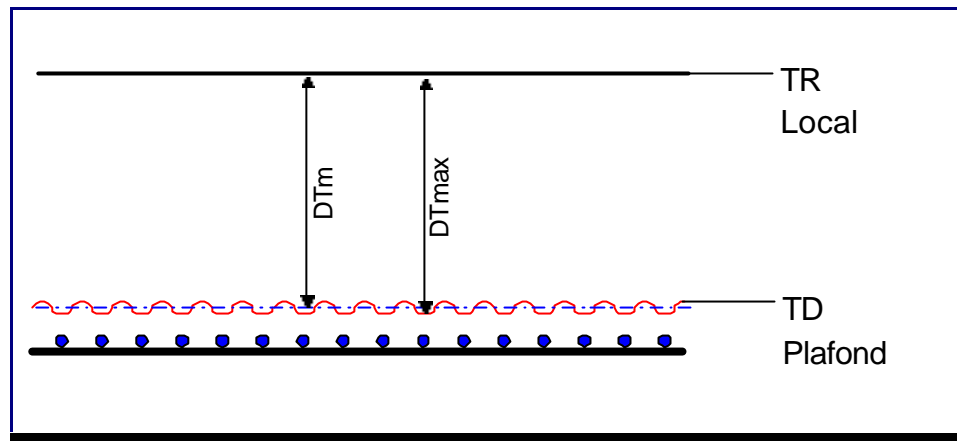
P	W/m <sup>2</sup>	Puissance frigorifique du plafond en
$R_i$	m <sup>2</sup> .°C/W	Résistance conductive
$T_p$	°C	Température moyenne de sous-face du plafond
$T_m$	°C	Température moyenne d'eau

A l'inverse du coefficient de transfert convectif qui dépend des vitesses d'air et du coefficient de transfert radiatif qui dépend de l'hétérogénéité des températures du local, la résistance conductive  $R_i$  ne dépend que des caractéristiques physiques du plafond. En effet, l'influence de la température du plafond sur  $R_i$  est suffisamment faible pour être négligée. Le coefficient  $R_i$  est donc indépendant de la configuration du local, ce qui permet, que ce soit par le calcul ou par la mesure, une détermination plus facile de sa valeur.

Les tubes de diamètre courant doivent être installés sous des épaisseurs importantes et sont espacés de plusieurs centimètres. Au contraire, grâce à leur faible épaisseur, les tubes capillaires Ka-Ro ne sont espacés que de d'environ 1cm, et peuvent être disposés sous de faibles épaisseurs d'enduits. La résistance conductive est donc faible.

C'est cette propriété des tuyaux capillaires qui est à l'origine de leur développement au début des années 80.

### Amplitude des températures et effet d'ailette



**Figure 6:** Profil de température en plafond métallique KaRo

Grâce à l'intervalle réduit entre tubes capillaires, les nattes KaRo présentent une bonne efficacité d'ailette.

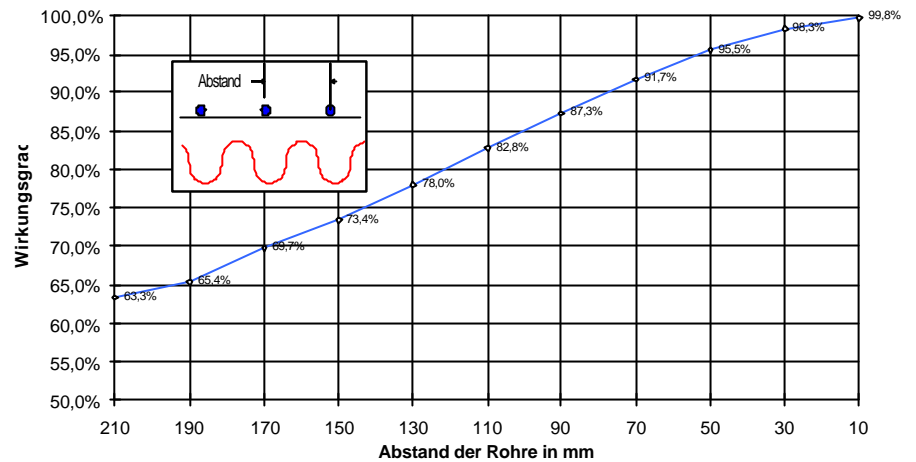
L'efficacité d'ailette caractérise l'hétérogénéité des températures de surface du plafond par le ratio entre la valeur moyenne de  $T_m - T_a$ , et la valeur maximale de cette différence:

$$h = \frac{TR - TD}{TR - T_m}$$

- $T_a$  = température ambiante
- $T_p$  = température moyenne du plafond
- $T_m$  = température moyenne de l'eau

En effet, l'amplitude des températures en plafond est un élément constitutif d'un critère essentiel de qualité au plus l'amplitude de température est importante, au plus la température moyenne d'eau doit être augmentée si on veut conserver la même protection contre la condensation. L'émission du plafond décroît donc.

La figure 4 qui concerne une natte KaRo posée sur une plaque en tôle perforée de 0.7 mm d'épaisseur, illustre l'influence de l'espacement des tubes sur l'efficacité du plafond: Dans cet exemple, l'efficacité d'ailette, voisine de 99.6%, est très proche du maximum théorique possible.

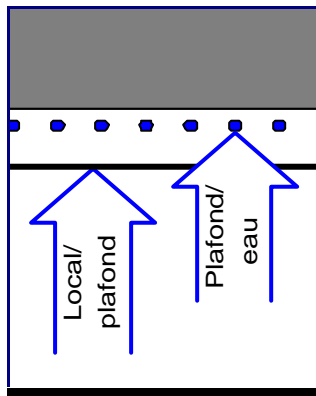


**Image 4: Efficacité d'un plafond métallique à ailettes en fonction du pas des tubes.**

Pour un intervalle de 10 mm, l'efficacité est de 99,8%

**5**

**Transferts globaux local-eau**



**Combinaison des transferts conductifs et convecto-radiatifs:**

Les transferts globaux sont la résultante des transferts convectifs, radiatifs et conductifs; ils se déduisent donc des équations régissant ces transferts. Ainsi, si on retient les équations 8 et 9, on obtient, en les combinant, l'expression suivante:

$$P = 7,4 \cdot (T_a - T_1)^{1,1} \tag{eq.10}$$

Une telle expression permet de déterminer en fonction de Ri la température moyenne d'eau froide nécessaire pour obtenir une puissance P donnée. On vérifie que cette température doit être d'autant plus basse que la résistance conductive est élevée, c'est à dire que Ri est élevé.

**Détermination de la température d'entrée d'eau:**

Pour simplifier l'équation ci-dessus, on a l'habitude d'exprimer les performances des plafonds froids par l'expression simplifiée suivante:

$$P = C \cdot (T_m - T_a)^n$$

dans laquelle, les coefficients C et n, qui caractérisent les performances du plafond froid, peuvent être mesurés selon la norme DIN 4715

Pour déterminer la température d'entrée Te, il est nécessaire de connaître le débit d'eau Q et de faire appel aux deux équations suivantes correspondant l'une au bilan thermique sur l'eau et l'autre à la définition de la température moyenne logarithmique:

$$P = 4,18 \cdot Q \cdot (T1 - T2) \quad \text{éq 11}$$

$$DTm = \frac{T2 - T1}{Ln\left(\frac{Ta - T1}{Ta - T2}\right)} \quad \text{éq 12}$$

où:

Te	°C	Température d'entrée d'eau froide,
Ts	°C	Température de sortie d'eau,
Ta	°C	Température du local
Tm	°C	Température moyenne d'eau dans le plafond.
Q	g/m <sup>2</sup> .s	Débit d'eau ramené à une surface de plafond de 1m <sup>2</sup> ,

Si, comme en général, le débit Q est suffisamment élevé, les températures Te et Ts sont assez voisines et on peut simplifier l'équation 12:

$$DTm = Ta - (T1 + T2) / 2 \quad \text{éq 13}$$

En pratique cette simplification est justifiée si le débit Q est supérieur à 4g/s/m<sup>2</sup>; en effet, l'erreur relative, alors inférieure à 2%, peut être négligée.

La relation utilisable pour la détermination de Te en fonction de P, Q et Ta est en définitive la suivante:

$$T1 = Ta - \left(\frac{P}{C}\right)^{\frac{1}{n}} - \frac{P}{8,36 \cdot Q} \quad \text{éq 14}$$

## 6 Détermination des performances thermiques

La première norme de mesure des performances thermiques des plafonds froids, DIN 4715: Raumkuehlflächen, parue en avril 1993, codifie de façon rigoureuse les méthodes de mesure de l'émission frigorifique, et on peut actuellement considérer que, seuls les essais réalisés conformément à cette norme apportent des garanties suffisantes d'exactitude.

Cette norme caractérise l'émission d'un plafond froid par deux facteurs C et n correspondant à l'expression suivante:

$$P = C \cdot DT_m^n$$

éq 15

où  $T_a$  est la température de référence du local. Dans les conditions d'essai de la norme DIN V 4715: il s'agit de la température de globe mesurée au centre du local d'essai normalisé, à une hauteur de 1,1 m au dessus du plancher; on pourra noter que cette température est généralement inférieure de quelques dixièmes de degrés C à la température locale d'air.

On exprime parfois l'émission du plafond en retenant une valeur de référence pour la différence de température  $T_a - T_m$ : cette valeur est souvent de 10°C en mode froid et 15°C en mode chaud.

Avant 1993, date d'entérinement de la norme DIN 4706, les performances étaient déterminées par caractérisation séparée des transferts conductifs et convecto-radiatifs: les transferts convecto-radiatifs étaient mesurés en chambre climatique (Institut Hermann Rietschel de l'Université Technique de Berlin) et les transferts conductifs déterminés soit par le calcul (tubes capillaires enduits) soit par des mesures complémentaires /3/ (cas des plafonds métalliques). La combinaison des résultats (voir par ex. L'équation 10 permettait es performances étaient alors déterminées par combinaison de ces résultats (voir par exemple équation 10)

/1/ Ashrae, HVAC Handbook - Schutrum et Vouris - 1954

/2/ Mesures DIN

/3/ Pr. Graeff, Technische Fach Hochschule, Giessen

Université Technique de Stuttgart conformément à la DIN V 4706.